

Penaakulan Perkadaran Murid Tahun Lima dalam Topik Nisbah dan Kadaran (The Propotional Reasoning of Year Five Pupils in Ratios and Propotional)

FAZURA MOHD NOOR*, SHARIFAH NORUL AKMAR SYED ZAMRI & LEONG KWAN EU

ABSTRAK

Kajian ini bertujuan untuk mengenal pasti tahap penaakulan perkadaran murid sekolah rendah semasa menyelesaikan masalah berkaitan perkadaran. Kajian kes kualitatif ini melibatkan tujuh murid tahun lima (berumur 11 tahun) yang dipilih melalui pensampelan bertujuan. Data kajian yang telah dikumpulkan melalui teknik temu bual klinikal dapat memaparkan strategi dan justifikasi murid secara mendalam bagi setiap aktiviti yang ditunjukkan. Artikel ini hanya membentangkan analisis terhadap respons murid terhadap tugas berkaitan masalah membandingkan nisbah. Dapatan kajian ini menunjukkan bahawa tahap penaakulan perkadaran murid konsisten dengan tahap yang dikemukakan oleh beberapa pengkaji lepas yang mana murid sekurang-kurangnya mempunyai tahap penaakulan perkadaran tidak formal, manakala tahap penaakulan perkadaran kuantitatif merupakan tahap tertinggi. Namun dapatan juga menunjukkan bahawa terdapat respons murid yang tidak boleh dikategorikan dalam mana-mana tahap menyebabkan wujud satu tahap antara tahap penaakulan perkadaran tidak formal dan tahap penaakulan perkadaran kuantitatif. Dapatan kajian ini dapat membekalkan informasi kepada guru matematik sekolah rendah bahawa setiap murid mempunyai tahap penaakulan perkadaran yang berbeza dan guru perlu mempelbagaikan aktiviti yang menggalakkan murid berfikir secara perkadaran.

Kata kunci: Penaakulan perkadaran; masalah membandingkan nisbah; strategi; tahap; matematik

ABSTRACT

The purpose of this study was to identify primary school pupils' levels of proportional reasoning while solving proportional problems. This qualitative case study involved seven of Year Five students (aged 11) who were selected through purposive sampling. Data were collected using clinical interview technique can show the pupils' strategies and in-depth justification for each activity is shown. This article presents the analysis of the pupils' responses related to ratios comparing tasks. The findings of this study showed that the level of pupils' reasoning is consistent with the levels proposed by previous researchers, which pupils have at least the informal proportional reasoning level, while the quantitative proportional reasoning level is the highest level. However the findings also found that pupils' responses that cannot be classified in any of the levels of proportional reasoning, resulting in a new level between the level of informal proportional reasoning and quantitative proportional reasoning level. The findings of this study may provide information to primary school mathematics teachers that every student has different level of reasoning and teachers need to diversify activities to encourage students think proportionally.

Keywords: Proportional reasoning; ratios comparison problems; strategies; level; mathematics

PENGENALAN

Penaakulan perkadaran merupakan satu kemahiran yang penting bukan hanya sebagai permulaan bagi matematik di sekolah menengah dan peringkat lebih lanjut, malah dapat menghubungkan pengetahuan matematik yang diterokai di peringkat sekolah rendah (Lamon 2007; National Mathematics Advisory Panel 2008). Oleh kerana penaakulan perkadaran melibatkan konsep nisbah dan kadaran, yang mana konsep tersebut kerap diaplikasikan secara meluas dalam kehidupan harian sebelum mempelajari secara formal di sekolah (Cramer & Post 1993; Lesh et al. 1988; Van Galen et al. 2008), maka menguasai konsep tersebut memudahkan murid menjalani kehidupan harian.

Selain itu, konsep nisbah dan kadaran turut merentas kandungan matematik sekolah rendah mengikut empat bidang pembelajaran, iaitu nombor dan operasi, sukatan geometri, perkaitan dan algebra, dan kebarangkalian dan statistik. Maka pemahaman konsep nisbah dan kadaran dapat meningkatkan kemahiran berfikir aras tinggi kerana murid perlu menganalisis secara perbandingan, mempunyai pemikiran yang abstrak, dapat menghasilkan penyelesaian yang kreatif, dan boleh memberi justifikasi bagi setiap aktiviti matematik yang dilakukan (Ben-Chaim et al. 1998) seterusnya menguasai kemahiran penaakulan perkadaran.

Kebanyakan kandungan buku teks di sekolah bagi topik nisbah dan kadaran mengandungi satu set prosedur dan algoritma (Cramer et al. 1993) yang mana murid

pertama kali diperkenalkan kepada kaedah lebih formal, iaitu kaedah pendaraban silang bagi semasa menyelesaikan masalah berkait perkadaran. Lamon (2012) berpendapat murid tidak sepatutnya diajar menyelesaikan masalah dengan meletakkan tiga daripada empat kuantiti ke dalam persamaan (=) dan kemudian melakukan operasi pendaraban silang dan pembahagian memandangkan kaedah tersebut langsung tidak menggalakkan penaakulan perkadaran.

Kaedah pembelajaran secara formal menyebabkan murid kurang mengaplikasi konsep nisbah dan kadaran, tetapi lebih menguasai sesuatu prosedur dan algoritma bagi mendapatkan jawapan. Hal ini menyebabkan murid mengalami masalah untuk memulakan penyelesaian masalah oleh kerana kebiasaan mereka membuat latihan yang hanya memerlukan menghafal rumus dan mengingat kembali prosedur penyelesaian (Lara 2006) tanpa memahami mengapa perlu berbuat demikian. Menggalakkan murid mengemukakan alasan dan hujah bagi setiap aktiviti matematik bermula di peringkat rendah dapat membantu mengembangkan pemikiran matematik murid pada tahap yang lebih tinggi (Tjoe & de la Torre 2014). Justeru, murid perlu diberi peluang dalam pembelajaran nisbah dan kadaran agar dapat membantu mengembangkan penaakulan perkadaran dan berkeupayaan menyelesaikan masalah perkadaran.

Walaupun Christou dan Philippou (2002) membuat rumusan bahawa murid gred empat dan lima masih belum dapat menaakul secara perkadaran kerana gagal mengenal pasti hubungan relatif yang terdapat antara nisbah, namun dapatan kajian Lamm dan Pugalee (2010) dan Sumarto et al. (2014) adalah bertentangan dengan kajian Christou dan Philippou (2002). Mereka mendapati murid dalam gred yang sama berkeupayaan menaakul secara perkadaran yang melibatkan hubungan relatif dan bukannya hubungan mutlak. Dapatan mereka juga menunjukkan murid boleh berhujah dan memberi justifikasi semasa diberi tugas berkait nisbah dan kadar. Dapatan ini turut disokong oleh kajian Ojose (2015) yang mendapati murid dalam gred enam berkebolehan mengilustrasikan proses penaakulan perkadaran dalam pelbagai bentuk lakaran dan berjaya menyelesaikan tugas yang diberi.

Di Malaysia, Kurikulum Standard Sekolah Rendah (Kementerian Pendidikan Malaysia 2013) telah memperkenalkan topik nisbah dan kadaran bermula tahun 2014 bagi murid tahun empat dan tahun 2015 bagi murid tahun lima. Dua standard pembelajaran yang dikemukakan dalam kurikulum tersebut adalah seperti berikut: (1) menentukan satu nilai dengan menggunakan kaedah unitari dalam situasi harian; (2) menentukan suatu nilai berdasarkan nisbah 1:1 hingga 1:10, 1:100 dan 1:1000. Persoalan yang timbul, adakah penaakulan perkadaran murid sekolah rendah hanya terbatas seperti yang ditetapkan dalam standard pembelajaran? Atau murid sekolah rendah mempunyai kebolehan menaakul secara perkadaran yang lebih sofistikated? Maka kajian

ini bertujuan mengenal pasti sejauh manakah tahap penaakulan perkadaran murid tahun lima dalam topik nisbah dan kadaran. Kajian ini memfokuskan kepada salah satu masalah penaakulan perkadaran, iaitu masalah membandingkan nisbah.

PENAAKULAN PERKADARAN

Terdapat beberapa definisi bagi penaakulan perkadaran oleh pengkaji terdahulu, namun kajian ini menggunakan definisi yang dikemukakan oleh Lamon (2007) seperti berikut:

... supplying reasons in support of claims made about the structural relationships among four quantities, (say a, b, c, d) in a context simultaneously involving covariance of quantities and invariance of ratios or products; this would consist of the ability to discern a multiplicative relationship between two quantities (hal. 638).

Oleh kerana penaakulan perkadaran adalah sesuatu yang sukar untuk diukur kerana pemahaman dan penyelesaian bagi pelbagai jenis masalah perkadaran dalam konteks tertentu adalah berbeza antara satu dengan lain, maka beberapa pengkaji lepas (Lamon 1993; Langrall & Swafford 2000) telah mengkategorikan respons murid dalam menyelesaikan masalah nisbah dan kadaran kepada beberapa kategori bagi penaakulan perkadaran. Lamon (1993) misalnya telah mengenal pasti beberapa strategi atau indikator yang boleh diklasifikasikan kepada empat tahap, iaitu: tahap bukan perkadaran, tahap penaakulan pra perkadaran, tahap penaakulan perkadaran kualitatif, dan tahap penaakulan perkadaran kuantitatif.

Langrall dan Swafford (2000) turut mengemukakan empat skala penaakulan perkadaran berdasarkan respons yang ditunjukkan oleh murid semasa menyelesaikan masalah berkaitan nisbah dan kadaran. Tahap bukan penaakulan perkadaran ialah kategori yang mana murid tidak menunjukkan sebarang respons berkaitan menaakul sama seperti peringkat pertama yang dikemukakan oleh Lamon (1993). Pada tahap ini, murid bukan sahaja membuat tekaan dan menggunakan strategi cuba jaya, malah menggunakan nilai yang diberi secara rambang tanpa mengenal pasti hubungan antara kuantiti. Tahap kedua pula dikenali sebagai penaakulan tidak formal yang mana murid membuat perbandingan secara kualitatif sama ada secara lisan, rajah, jadual, atau model yang munasabah untuk menyelesaikan masalah nisbah dan kadaran. Tahap kedua Langrall dan Swafford (2000) adalah setara dengan tahap dua dan tahap tiga bagi kategori penaakulan perkadaran yang dicadangkan oleh Lamon (1993).

Seterusnya pada tahap ketiga, iaitu tahap penaakulan perkadaran kuantitatif, murid mula menggunakan nilai yang diberi dan strategi *build-up* yang melibatkan pendaraban dan pembahagian. Pada tahap ini juga murid dapat mengenal pasti dan memahami konsep *unitizing* atau unit komposit, pecahan setara, dan kadar unit untuk

diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah. Tahap empat dinamakan tahap penaakulan perkadaran secara formal menunjukkan murid menggunakan simbol algebra bagi mewakili perkadaran. Pada tahap ini murid berkeupayaan menjelaskan hubungan invariants dan kovarians dalam sesuatu masalah yang diberi.

METODOLOGI

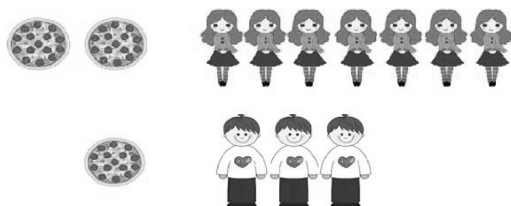
PESERTA KAJIAN

Seramai tujuh orang murid tahun lima sekolah rendah daripada dua buah sekolah di Wilayah Persekutuan Kuala Lumpur terlibat dalam kajian ini. Pemilihan dilakukan menggunakan teknik pensampelan bertujuan bagi membolehkan pengkaji memilih peserta kajian dan lokasi yang menepati kriteria kajian, iaitu peserta kajian yang membekalkan maklumat yang mencukupi bagi menjawab soalan kajian. Oleh kerana kajian ini masih di peringkat preliminari, maka artikel ini hanya melaporkan respons bagi tiga (S1, S2, dan S3) daripada tujuh peserta kajian.

INSTRUMEN KAJIAN

Instrumen yang digunakan dalam kajian ini terdiri daripada lapan soalan jenis terbuka berkaitan masalah perkadaran, iaitu membandingkan nisbah (BN). Soalan jenis ini membolehkan peserta kajian menyumbang sebanyak mungkin maklumat dan membolehkan pengkaji menggunakan teknik *probing* untuk soalan susulan (Gall et al. 2003). Hanya dua daripada lapan tugas membandingkan nisbah akan difokuskan dalam artikel ini, iaitu tugas BN1.3 dan tugas BN1.4. Kedua-dua tugas ini bertujuan mengetahui sama ada murid dapat mengenal pasti hubungan relatif atau hubungan multiplikatif antara kuantiti yang diberi serta membandingkan kadar dan nisbah. Kesemua tugas berkaitan masalah membandingkan nisbah mengandungi dua kadar atau nisbah yang perlu dikenal pasti oleh peserta kajian dan menakrifkan hubungan ini dalam konteks masalah yang diberi dan melibatkan konteks yang berbeza.

Rajah 1 menunjukkan tugas BN1.3 melibatkan konteks masalah perkongsian piza antara beberapa orang budak diadaptasi daripada Lamon (1993). Tugas BN1.4 pula diadaptasi daripada Harel et al. (1994) melibatkan konteks masalah campuran air-oren yang memerlukan



Rajah menunjukkan pizza yang dikongsi oleh budak lelaki dan budak perempuan. Siapakah yang mendapat bahagian piza yang lebih banyak, budak perempuan atau budak lelaki atau kedua-duanya mendapat bahagian pizza yang sama banyak? Terangkan

RAJAH 1. Tugas membandingkan nisbah BN1.3

peserta kajian membandingkan rasa dua campuran seperti ditunjuk dalam Rajah 2.

Jojo mencampurkan 3 cawan pekatan oren dengan 2 jag air. Maria pula mencampurkan 4 cawan pekatan oren dengan 3 jag air. Campuran manakah lebih berasa oren, campuran air oren Jojo atau campuran air oren Maria atau kedua-dua campuran mempunyai rasa yang sama? Terangkan.

RAJAH 2. Tugas membandingkan nisbah BN1.4

REKA BENTUK KAJIAN

Kajian ini merupakan kajian kes kualitatif bertujuan mengenal pasti penaakulan perkadaran murid tahun lima semasa menyelesaikan masalah membandingkan nisbah. Kajian kes kualitatif merupakan satu reka bentuk yang membabitkan pengkaji secara langsung meneroka sesuatu kes melalui pengumpulan data secara terperinci (Creswell 2012) dan memberi peluang pengkaji mendapatkan gambaran yang lebih mendalam tentang pemikiran peserta kajian (Merriam 2009).

PENGUMPULAN DATA

Data kajian ini dikumpul melalui teknik temu bual klinikal yang dimajukan oleh Piaget (Nik Azis 1999) dan digunakan secara meluas dalam pengumpulan data untuk mengenal pasti perkembangan kognitif individu tentang sesuatu konsep matematik. Istilah 'klinikal' bermaksud pemerhatian secara langsung terhadap tingkah laku murid dalam konteks interaksi satu dengan satu. Transkripsi rakaman video temu bual klinikal merupakan data mentah yang dikumpul merangkumi maklumat lisan dan maklumat bukan lisan.

Maklumat lisan adalah apa saja yang dituturkan oleh peserta kajian sepanjang sesi temu bual berlangsung selama 30 minit hingga 40 minit. Maklumat bukan lisan pula merujuk lukisan atau lakaran peserta kajian, catatan penemu bual, catatan dan tingkah laku peserta kajian. Oleh kerana pengkaji akan merumus andaian tentang penaakulan perkadaran bagi setiap aktiviti matematik yang ditunjukkan, maka pengkaji berkemungkinan akan menanya soalan tambahan atau soalan spontan.

ANALISIS DATA

Data yang diperoleh akan dianalisis dengan mempertimbangkan respons peserta kajian berdasarkan tiga kriteria seperti berikut: (1) strategi atau indikator yang menyebabkan jawapan betul atau salah, (2) strategi atau indikator yang menerangkan penaakulan perkadaran, dan (3) strategi atau indikator yang menerangkan tentang pemahaman konsep perkadaran. Bagi mengkategorikan tahap penaakulan perkadaran setiap peserta kajian, pengkaji

menggunakan kerangka tahap penaakulan perkadaran dicadangkan oleh Langrall dan Swafford (2000) dan Lamon (1993) yang mengemukakan strategi dan indikator bagi setiap tahap seperti ditunjukkan dalam Jadual 1.

DAPATAN DAN PERBINCANGAN

Dapatan kajian ini menunjukkan bahawa kesemua peserta kajian memaparkan tahap penaakulan perkadaran yang berbeza bagi kedua-dua tugas BN1.3 dan tugas BN1.4 berdasarkan strategi dan indikator penyelesaian yang dikemukakan. Jadual 2 mendapati S2 mempunyai tahap penaakulan perkadaran yang lebih tinggi berbanding S1 dan S3. S2 digambarkan mempunyai tahap penaakulan perkadaran tidak formal dan tahap penaakulan perkadaran kuantitatif. Walaupun S3 dilihat menunjukkan tahap penaakulan perkadaran kuantitatif untuk tugas BN1.4, namun bagi tugas BN1.3, beliau masih belum lagi mencapai tahap penaakulan perkadaran kuantitatif sepenuhnya. Tahap penaakulan perkadaran yang ditunjukkan oleh S1 adalah sangat minimum, yang mana bagi tugas BN1.3 beliau masih belum boleh dikategorikan dalam tahap penaakulan

perkadaran kuantitatif dan gagal menunjukkan sebarang indikator penaakulan perkadaran bagi tugas BN1.4.

STRATEGI PENYELESAIAN TUGAS BN1.3 (KONGSI PIZA)

Kesemua peserta kajian (S1, S2 dan S3) menunjukkan jawapan yang betul semasa menyelesaikan tugas BN1.3, iaitu budak lelaki makan lebih banyak piza berbanding budak perempuan. Ketiga-tiga mereka memulakan strategi dengan memotong piza kepada beberapa bahagian kecil untuk diagihkan kepada setiap orang. Strategi yang dipamerkan, iaitu mencari hubungan bahagian piza bagi setiap orang sebelum membuat keputusan siapa yang makan lebih banyak merupakan strategi kadar unit.

Berbanding S1 dan S3, S2 dengan mudah memperolehi $\frac{1}{3}$ piza untuk setiap budak lelaki dan $\frac{1}{7}$ piza untuk setiap budak perempuan, tetapi tidak terus membandingkan kedua-dua nisbah tersebut. Beliau hanya membandingkan kedua-dua nisbah setelah menyamakan kedua-dua penyebut. Apabila diminta menjelaskan mengapa perlu menyamakan penyebut, beliau menerangkan bahawa apabila penyebut kedua-dua pecahan (nisbah) sama, bermakna setiap piza dipotong dengan saiz yang

JADUAL 1. Tahap dan strategi penaakulan perkadaran

Tahap	Strategi dan indikator
Bukan Penaakulan Perkadaran	<ul style="list-style-type: none"> • Tiada respons. • Strategi cuba jaya. • Membuat tekaan tanpa memberi justifikasi atau membuat penilaian berdasarkan visual. • Menggunakan angka, operasi dan strategi secara rawak tanpa makna. • Membuat perbandingan secara menambah atau menolak antara kuantiti dalam nisbah.
Penaakulan Perkadaran Tidak Formal	<ul style="list-style-type: none"> • Menggunakan pengetahuan intuitif. • Menggunakan rajah, model, atau jadual untuk menerangkan konteks masalah. • Membuat perbandingan secara kualitatif.
Penaakulan Perkadaran Kuantitatif	<ul style="list-style-type: none"> • Boleh menghubungkan rajah, model, atau jadual yang dibina dengan pengiraan. • Mentafsir nisbah sebagai unit komposit atau <i>unitizing</i>. • Menggunakan strategi kadar unit. • Menggunakan strategi <i>build-up</i>. • Menggunakan pecahan setara. • Menunjukkan pemikiran relatif (mendarab atau membahagi). • Memahami hubungan antara dua kuantiti.
Penaakulan Perkadaran Secara Formal	<ul style="list-style-type: none"> • Menggunakan simbol algebra bagi mewakili perkadaran. • Menyelesaikan secara pendaraban silang dengan memahami hubungan kovarian dan invarian.

JADUAL 2. Tahap penaakulan perkadaran peserta kajian berdasarkan respons

Tugas	Peserta kajian	Tahap Penaakulan Perkadaran			
		Bukan Penaakulan Perkadaran	Penaakulan Perkadaran Tidak Formal	Penaakulan Perkadaran Kuantitatif	Penaakulan Perkadaran Secara Formal
BN1.3 Kongsi piza	S1	Tidak	Ya	Tidak lengkap	Tidak
	S2	Tidak	Ya	Ya	Tidak
	S3	Tidak	Ya	Tidak lengkap	Tidak
BN1.4 Campuran air-oren	S1	Ya	Tidak	Tidak	Tidak
	S2	Tidak	Ya	Ya	Tidak
	S3	Tidak	Tidak	Ya	Tidak

sama dan ini memudahkan untuk beliau membuat perbandingan. Rajah 3 menunjukkan strategi S2 yang menggambarkan beliau mempunyai penaakulan perkadaran pada tahap penaakulan perkadaran kuantitatif (Langrall & Swafford 2000; Lamon 1993). Kebolehan S2 mencari dan menggunakan strategi kadar unit, mendarab untuk memperoleh kesetaraan pecahan, dan seterusnya membandingkan dua nisbah dengan mengemukakan justifikasi yang munasabah, jelas menggambarkan beliau mempunyai kemahiran penaakulan perkadaran melangkaui standard pembelajaran yang ditetapkan.



RAJAH 3. Strategi S2 bagi tugas BN1.3

S1 pada mulanya membahagikan satu keseluruhan piza budak lelaki kepada enam bahagian dan menulis $\frac{2}{6}$ pada setiap budak lelaki, manakala membahagi piza budak perempuan kepada 14 bahagian untuk setiap piza dan menyatakan setiap budak perempuan makan $\frac{4}{14}$. Beliau seterusnya menyatakan budak lelaki makan piza lagi banyak berbanding budak perempuan berdasarkan respons “sebab yang ini 6 (penyebut) dan yang ini 14 (penyebut). Kalau potong 6 dapat besar dari potong 14 bahagian dia kecil.”

Berbeza dengan S1, S3 turut memotong setiap satu piza kepada empat bahagian dan mengagihkan setiap bahagian, iaitu $\frac{1}{4}$ kepada setiap budak lelaki dan budak perempuan, namun tidak membandingkan bahagian yang piza yang diperolehi setiap orang sebaliknya membandingkan lebihan piza. Oleh kerana terdapat lebihan piza satu bahagian ($\frac{1}{4}$) bagi setiap budak lelaki dan budak perempuan, maka S3 memotong lebihan piza ($\frac{1}{4}$) kepada tiga bahagian untuk budak lelaki, manakala bagi budak perempuan beliau memotong lebihan piza ($\frac{1}{4}$) kepada tujuh bahagian. Alasan yang dikemukakan S3 semasa membandingkan lebihan piza ($\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{7}$) sama seperti yang dinyatakan oleh S1, iaitu bukan sahaja berdasarkan pemahaman intuitif, malah membandingkan secara kualitatif dengan menggunakan perkataan lebih besar, makan sedikit, dan kecil tanpa mengemukakan sebarang bentuk pengiraan.

Pengkaji berpendapat bahawa strategi yang ditunjukkan oleh S1 dan S3 tidak boleh dikategorikan sama ada pada tahap penaakulan perkadaran tidak formal mahu pun penaakulan perkadaran kuantitatif. Hal ini kerana walaupun S1 dan S3 menunjukkan indikator bagi tahap penaakulan

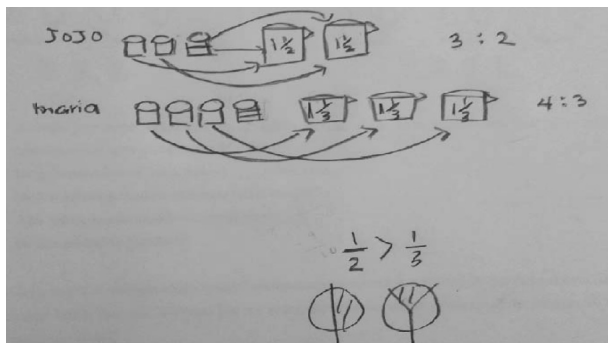
tidak formal, iaitu menggunakan pemahaman intuitif dan membuat perbandingan secara kualitatif (lisan dan lakaran) tanpa melibatkan sebarang pengiraan, tetapi kedua-dua mereka berkeupayaan mencari dan menggunakan kadar unit. Strategi kadar unit merupakan salah satu strategi yang dikategorikan dalam tahap penaakulan perkadaran kuantitatif. Namun, strategi kadar unit S1 dan S3 dianggap tidak lengkap kerana gagal mengenal pasti hubungan antara kedua-dua nisbah, tidak boleh menghubungkan rajah atau lakaran yang dibuat dengan pengiraan, dan tidak boleh menggunakan pecahan setara. Hal ini menunjukkan bahawa kedua-dua mereka bukan berada dalam tahap penaakulan perkadaran kuantitatif.

STRATEGI PENYELESAIAN TUGAS BN1.4 (CAMPURAN AIR-OREN)

Bagi tugas BN1.4, hanya S2 dan S3 memperoleh jawapan yang betul. S1 bukan sahaja mengemukakan jawapan yang salah, malah mengaplikasikan strategi yang tidak menggambarkan beliau berfikir secara perkadaran. S1 dilihat berfikir secara mutlak, yang mana beliau membuat perbandingan rasa campuran air-oren dengan mencari beza bilangan cawan oren ($4 - 3 = 1$) dan beza bilangan jag air ($3 - 2 = 1$), seterusnya membuat kesimpulan kedua-dua campuran mempunyai rasa yang sama. Oleh kerana beliau tidak dapat mengenal pasti hubungan antara pekatan oren dan air, selain gagal menyatakan alasan mengapa perlu mencari beza, maka strategi S1 dikategorikan sebagai tahap bukan penaakulan perkadaran.

S2 yang pada mulanya menggunakan strategi yang sama dengan S1 dengan mencari beza bilangan cawan oren tetapi berasa keliru dan mencuba strategi yang berbeza. Beliau melukis cawan oren dan jag air dan kemudian menulis “3:2” dan “4:3” bersebelahan rajah yang dilukis dan menerangkan tiga cawan oren untuk dua jag air. Rajah 4 menunjukkan bagaimana beliau memadankan setiap satu cawan oren kepada satu jag air dan menghasilkan $1\frac{1}{2}$ cawan oren untuk setiap jag Jojo, manakala $1\frac{1}{3}$ cawan oren untuk setiap jag Maria. Beliau kemudian menyatakan campuran air-oren Jojo lebih pekat rasa oren bukan dengan hanya membandingkan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ secara pengiraan mental dan lakaran, malah boleh mencari pecahan setara bagi kedua-dua nisbah. Hal ini jelas menggambarkan pemikiran S2 tentang rasa campuran air-oren bahawa semakin banyak jumlah pekatan oren, maka semakin pekat rasa campuran tersebut.

Strategi kedua S2 turut digunakan oleh S3. Pengkaji mengemukakan soalan tambahan kepada S2 dan S3 dengan menyamakan bilangan cawan oren (4 cawan) Jojo dan Maria. Respons yang diberi S2 dan S3 menunjukkan mereka memahami hubungan antara kedua-dua nisbah. Mereka boleh memberi justifikasi bahawa semakin meningkat bilangan jag air, semakin kurang rasa oren dan sebaliknya. Oleh kerana S2 dan S3 mengambil kira hubungan antara kedua-dua kuantiti (campuran oren dan air), membuat perbandingan secara kadar unit, dan boleh



RAJAH 4. Strategi S2 bagi tugas BN1.4

memberi alasan setiap aktiviti yang dilakukan, maka mereka dikategorikan dalam tahap penaakulan perkadaran kuantitatif.

Dapatan kajian menunjukkan bahawa kesemua peserta kajian memaparkan strategi yang berbeza semasa menyelesaikan masalah membandingkan nisbah. Strategi dan indikator peserta kajian yang diklasifikasikan dalam tahap penaakulan perkadaran berdasarkan cadangan Langrall dan Swafford (2000) dan Lamon (1993) mendapati bahawa peserta kajian mempunyai sekurang-kurangnya tahap penaakulan perkadaran tidak formal. Peserta kajian juga turut mempamerkan tahap penaakulan yang lebih tinggi, iaitu tahap penaakulan perkadaran kuantitatif yang memerlukan pemikiran relatif. Hal ini menunjukkan penaakulan perkadaran murid tahun lima tidak hanya terbatas seperti yang ditetapkan dalam standard pembelajaran, iaitu menentukan suatu nilai berdasarkan nisbah yang diberi, tetapi berkebolehan menaakul secara perkadaran setanding dengan tahap penaakulan perkadaran yang dimiliki oleh murid gred enam (Li & Hsieh 2013).

KESIMPULAN

Dapatan kajian menunjukkan tahap penaakulan perkadaran yang dikemukakan peserta kajian konsisten dengan beberapa kategori tahap penaakulan perkadaran kajian lepas, malah turut membekalkan bukti yang jelas tentang wujud satu lagi tahap antara tahap penaakulan perkadaran tidak formal dan tahap penaakulan kuantitatif. Walaupun kajian Avcu dan Avcu (2010) mendapati strategi yang paling kerap digunakan murid gred enam untuk menyelesaikan masalah nisbah dan kadaran adalah strategi algoritma pendaraban silang, namun dapatan kajian ini tidak selari dengan kajian mereka. Kajian ini menunjukkan bahawa murid seawal usia 11 tahun boleh mencapai tahap penaakulan perkadaran kuantitatif yang menggambarkan pemikiran mereka bersedia untuk berkembang ke tahap penaakulan perkadaran yang lebih tinggi sekiranya diberi peluang. Hal ini menolak dapatan Christou dan Philippou (2002) tentang rumusan bahawa murid gred empat dan lima tidak dapat menaakul secara perkadaran.

Terdapat dua implikasi penting dapatan kajian ini terhadap guru sekolah rendah tahap dua, khususnya dalam aspek pendekatan yang sesuai untuk mengajar topik nisbah dan kadaran.

1. guru bukan sahaja perlu mempunyai pengetahuan yang secukup tentang konsep asas nisbah dan kadaran, malah perlu sensitif terhadap tahap penaakulan perkadaran yang dimiliki oleh murid bagi memudahkan penyediaan rancangan pengajaran dan aktiviti yang sesuai mengikut kebolehan mereka.
2. guru haruslah memberi penekanan terhadap pemahaman konsep nisbah dan kadaran yang memerlukan murid berfikir secara perkadaran berbanding bergantung semata-mata kepada soalan dalam buku teks yang menekankan kaedah pendaraban silang.

Oleh kerana penaakulan perkadaran merupakan asas bagi algebra dan landasan ke tahap matematik yang lebih tinggi, kajian lanjut berkaitan penaakulan perkadaran terutama dari aspek kesediaan guru, penilaian tahap penaakulan perkadaran murid, dan pembangunan instrumen berkaitan masalah penaakulan perkadaran yang merangkumi pelbagai konteks, struktur kuantiti, dan struktur hubungan nombor perlu dikembangkan terutama dalam konteks Malaysia selari dengan matlamat kurikulum kebangsaan untuk melahirkan murid yang mempunyai kemahiran berfikir aras tinggi (KBAT) yang bukan sahaja boleh diaplikasi di dalam bilik darjah tetapi dalam kehidupan seharian.

RUJUKAN

- Avcu, R. & Avcu, S. 2010. 6th grade students' use of different strategies in solving ratio and proportion problems. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9: 1277-1281.
- Ben-Chaim, D., Fey, J.T., Fitzgerald, W.M., Benedetto, C. & Miller, J. 1998. Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics* 36: 247-273.
- Christou, C. & Philippou, G. 2002. Mapping and development of intuitive proportional thinking. *Journal of Mathematical Behavior* 20: 321-336.
- Cramer, K. & Post, T. 1993. Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher* 86(5): 404-407.
- Cramer, K., Post, T. & Currier, S. 1993. Learning and Teaching ratio and proportion: research implications. In *Research Ideas for the Classroom* edited by??. New York: Macmillan Publishing Company.
- Creswell, J.W. 2012. *Qualitative Inquiry and research Design: Choosing among the Five Traditions*. 3rd ed. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Gall, M.D., Gall, J.P. & Borg, W.R. 2003. *Educational Research: An Introduction*. (7th ed.). Boston, MA: A & B Publications.
- Harel, G., Behr, M., Lesh, R. & Post, T. 1994. Invariance of ratio: The case of children's anticipatory scheme of constancy of taste. *Journal for Research in Mathematics Education* 25: 324-45.

- Kementerian Pendidikan Malaysia. 2013. *Draf Kurikulum Standard Sekolah Rendah: Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Matematik Tahun Empat*. Kuala Lumpur: Bahagian Pembangunan Kurikulum.
- Lamm, M.W. & Pugalee, D.K. 2010. Students-constructed problems extend proportional reasoning. *Teaching Children Mathematics* 17(1): 16-19.
- Lamon, S.J. 1993. Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education* 24(1): 41-61.
- Lamon, S.J. 2007. Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, edited by Lester, F.K. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lamon, S.J. 2012. *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Langrall, C.W. & Swafford, J. 200. Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School* 6: 254-61.
- Lara Roth, S.M. 2006. Young children's beliefs about arithmetic and algebra. Tesis Ph.D. Tufts University.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. 1988. Proportional reasoning. In *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, edited by Hiebert, J. & Behr, M. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.
- Li, C. & Hsieh, C. 2013. A case study of remedial instruction of a sixth grader in solving of proportionality problems in a dynamic multiple representation computer environment. *International Journal of Science and Engineering* 3(2): 17-23.
- Merriam, S.B. 2009. *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Miles, M.B. & Huberman, A.M. 1994. *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. Thousand Oaks, Calif: Sage.
- National Mathematics Advisory Panel. 2008. *Foundations For Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Nik Azis Nik Pa. 1999. *Pendekatan Konstruktivisme Radikal dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Universiti Malaya.
- Ojose, B. 2015. proportional reasoning and related concepts: analysis of gaps and understandings of middle grade students. *Ujer Universal Journal of Educational Research*: 104-112.
- Sumarto, S.N., van Galen, F., Zulkardi. & Darmawijoyo. 2014. Proportional reasoning: how do 4th grades use their intuitive understanding? *Canadian Centre of Science and Education* 7(1): 69-80.
- Tjoe, H. & de la Torre, J. 2014. On recognizing proportionality: Does the ability to solve missing value proportional problems presuppose the conception of proportional reasoning? *Journal of Mathematical Behavior* 33: 1-7.
- Van Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Herpen, E. & Keijzer, R. 2008. *Fractions, Percentages, Decimals, and Proportions: A Learning-Teaching Trajectory for Grade 4, 5 and 6*. The Netherlands: Sense Publisher.
- Fazura Mohd Noor*, Sharifah Norul Akmar Syed Zamri & Leong Kwan Eu
Jabatan Pendidikan Matematik dan Sains
Fakulti Pendidikan, Universiti Malaya
50603, Kuala Lumpur
- *Pengarang untuk surat-menyurat; email: cikgufazu@gmail.com
- Diserahkan: 30 Januari 2016
Diterima: 25 Ogos 2016

